

Príprava údajov GOCE na modelovanie regionálneho tiažového poľa

Juraj Janák a Martin Pitoňák

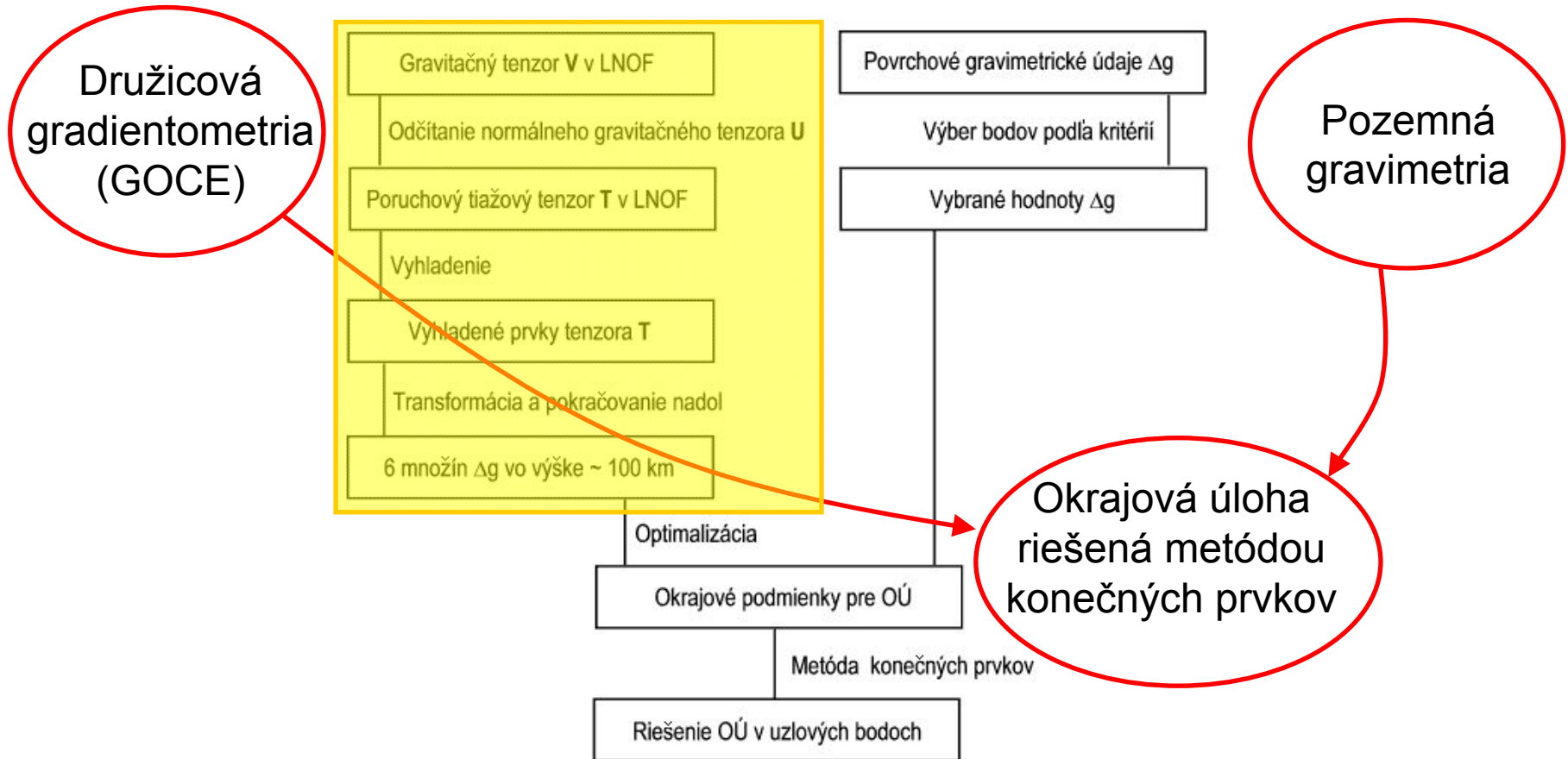
*Katedra geodetických základov,
Stavebná fakulta STU, Bratislava*

OBSAH

1. Úvod
2. Dátové produkty GOCE
3. Referenčné rámce a transformácie medzi nimi
4. Výpočet poruchového tiažového tenzora vo sférických súradniciach
5. Transformácia poruchového tiažového tenzora a pokračovanie nadol

ÚVOD

Návrh novej metódy na spresnenie regionálnych modelov tiažového poľa založený na kombinácii družicových a pozemných meraní a následnom numerickom riešení metódou konečných prvkov.



DÁTOVÉ PRODUKTY

Produkty prístupné pre

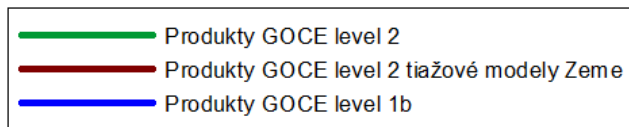
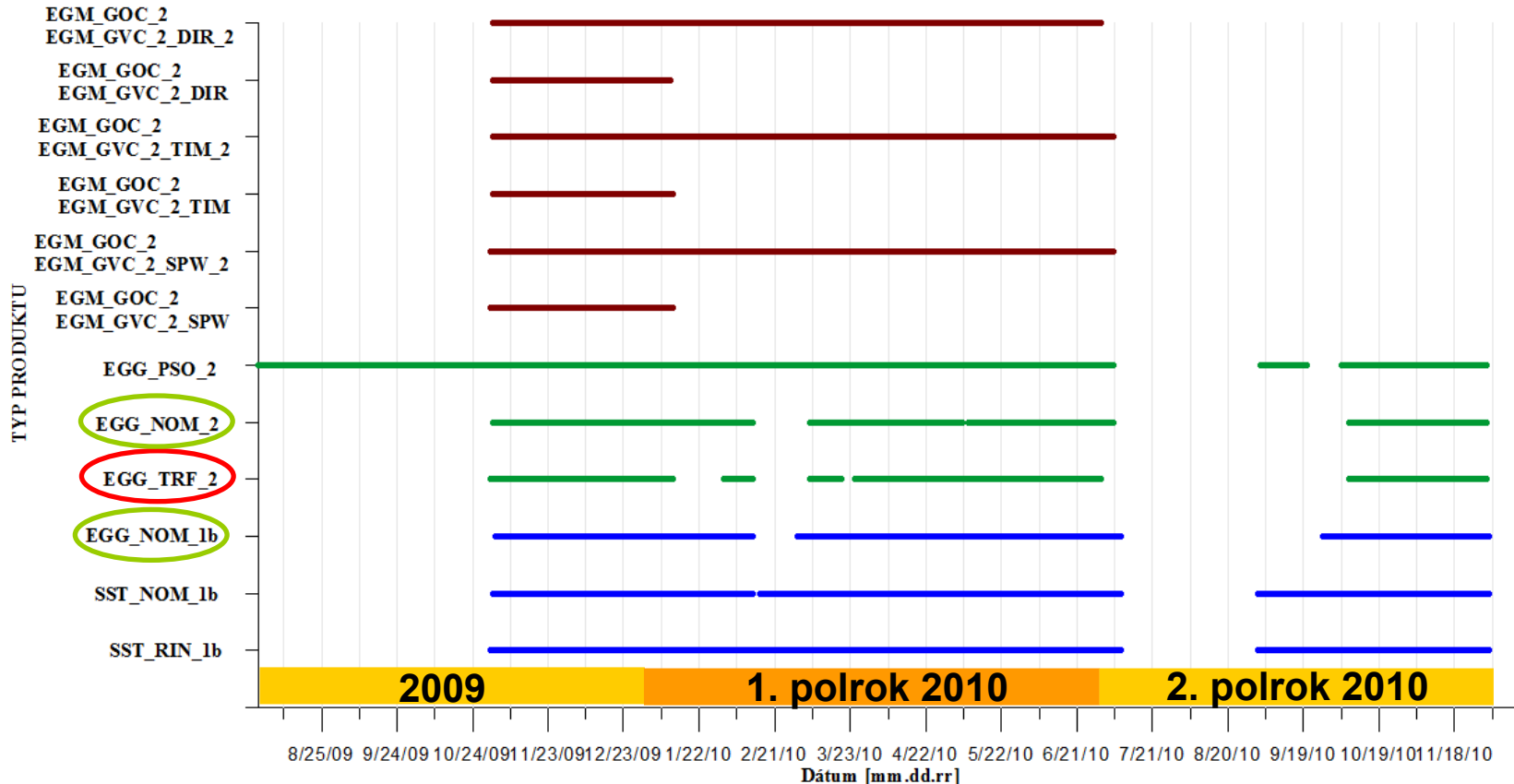
Úroveň	Súbor	Formát
1b	SST_NOM_1b	XML
	SST_RIN_1b	RINEX
	EGG_NOM_1b	XML
2	SST_PSO_2	XML
	EGG_NOM_2	XML
	EGG_TRF_2	XML
	EGM_GOC_2	XML

```
<?xml version="1.0" encoding="US-ASCII"?>
<Data_Block>
  <EGG_TRF_2>
    <List_of_GG_spatial_Records count="2678398">
      <GG_spatial_Record>
        <Time_Information>
          <GPS_Time>943660815.905242920</GPS_Time>
        </Time_Information>
        <Position>
          <Height unit="m">6638116.7600</Height>
          <Phi unit="deg">-33.928356815</Phi>
          <Lambda unit="deg">-81.815261182</Lambda>
        </Position>
        <Gravity_Gradients unit="1/s^2">
          <XX>-1.36434111E-06</XX>
          <YY>-1.36154335E-06</YY>
          <ZZ>2.72590545E-06</ZZ>
          <XY>1.52450889E-11</XY>
          <XZ>-7.57829562E-09</XZ>
          <YZ>1.11814396E-10</YZ>
        </Gravity_Gradients>
        <Sigmas unit="1/s^2">
          <XX>8.41822786E-12</XX>
          <YY>7.69546086E-12</YY>
          <ZZ>1.19856616E-11</ZZ>
          <XY>3.27741250E-12</XY>
          <XZ>1.01936156E-11</XZ>
          <YZ>3.96349605E-12</YZ>
        </Sigmas>
        <Flags>
          <XX>2</XX>
          <YY>2</YY>
          <ZZ>2</ZZ>
          <XY>2</XY>
          <XZ>2</XZ>
          <YZ>2</YZ>
        </Flags>
      </GG_spatial_Record>
    </List_of_GG_spatial_Records>
  </EGG_TRF_2>
</Data_Block>
```

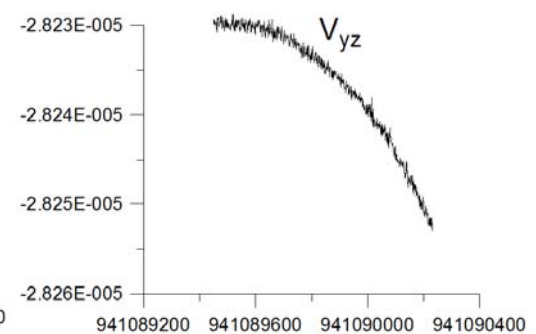
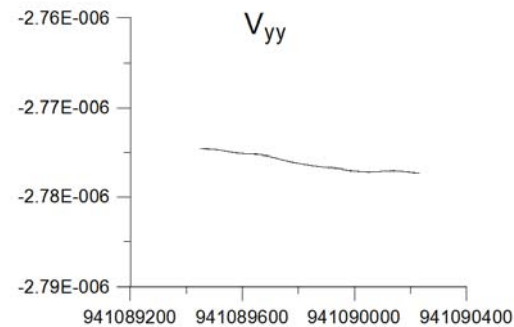
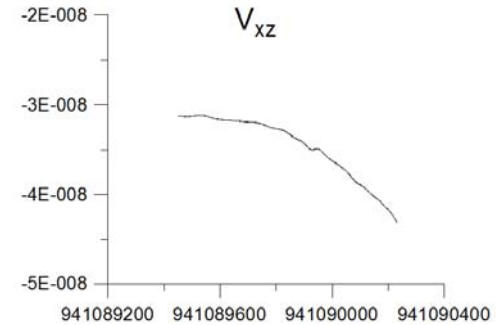
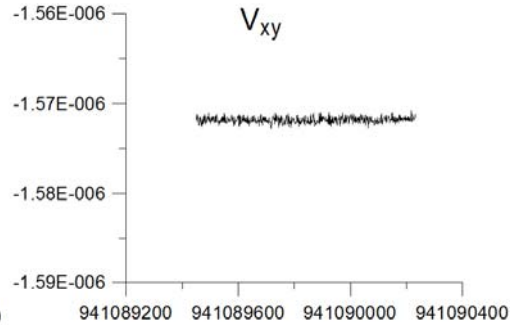
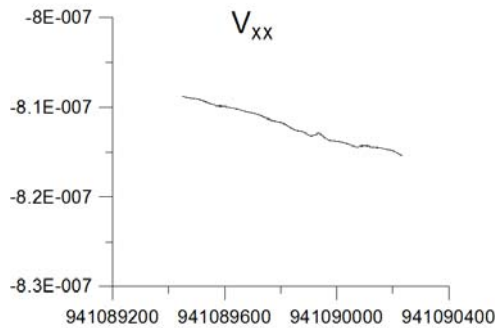
IRF
v GRF
→ EFRF
zor v GRF
or v LNOF
model

DÁTOVÉ PRODUKTY GOCE

Dostupnosť jednotlivých produktov z družicovej gradiometrickej misie GOCE k 16.06.2011



DÁTOVÉ PRODUKTY GOCE



EGG_NOM_1b

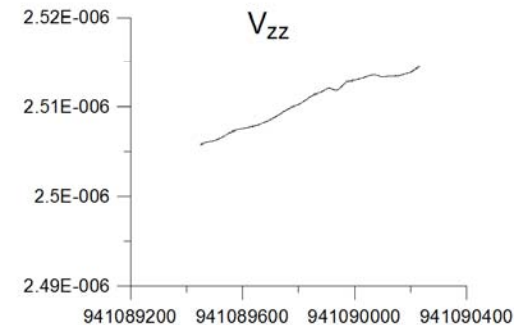
Relatívne číslo obehu: 4

Dátum: 1.11.2009

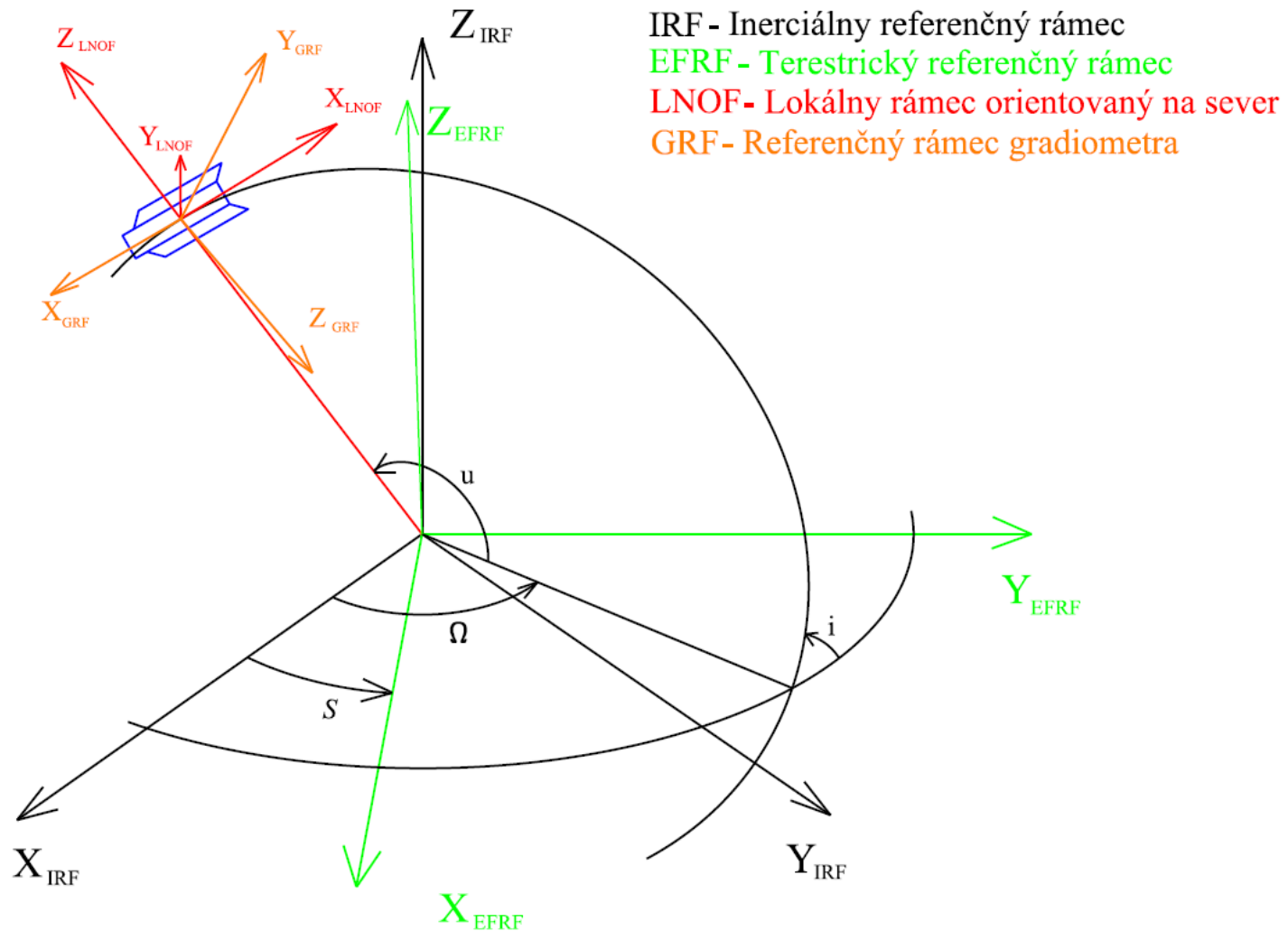
Referenčný rámec: GRF

os x: čas GPS (s)

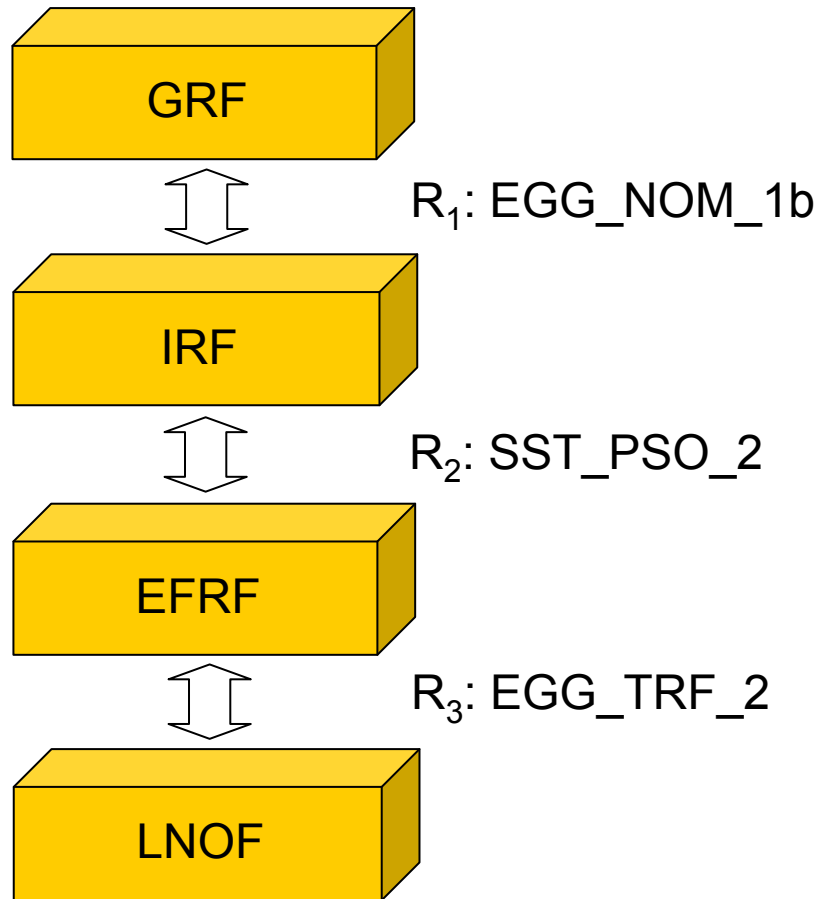
os y: prvky gravitačného tenzora (s^{-2})



REFERENČNÉ RÁMCE



TRANSFORMÁCIA MEDZI REFERENČNÝMI RÁMCAMI



$$\mathbf{V}_{GRF} = \mathbf{R} \mathbf{V}_{LNOF} \mathbf{R}^T$$

$$\mathbf{V}_{LNOF} = \mathbf{R}^T \mathbf{V}_{GRF} \mathbf{R}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_3$$

Problém č. 1: Chyby menej presných prvkov sa prenášajú do všetkých prvkov

Problém č. 2: Keďže chyba meraní sa zväčšuje pre dlhé vlnové dĺžky, môže sa pri transformácii stať, že sa táto chyba kontaminuje aj vlnové dĺžky v pracovnom rozsahu gradiometra

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

poruchový
tiažový
tenzor

T = V - U_g

gravitačný
tenzor
(z merania
GOCE)

normálny
gravitačný
tenzor
(vypočítame)

$U_g = \text{grad}(\text{grad} U_g)$

normálny
gravitačný
potenciál
(vypočítame)

parametre
referenčného
elipsoidu WGS-84

$a, GM, J_{2,0}$

$$U_g(\varphi, r) = \frac{GM}{r} \left[\begin{aligned} & 1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 C_{2,0} \left(\frac{3}{2} \sin^2(\varphi) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{a}{r}\right)^4 C_{4,0} \left(\frac{35}{8} \sin^4(\varphi) - \frac{15}{4} \sin^2(\varphi) + \frac{3}{8}\right) + \\ & + \left(\frac{a}{r}\right)^6 C_{6,0} \left(\frac{231}{16} \sin^6(\varphi) - \frac{315}{16} \sin^4(\varphi) + \frac{105}{16} \sin^2(\varphi) - \frac{5}{16}\right) + \\ & + \left(\frac{a}{r}\right)^8 C_{8,0} \left(\frac{6435}{128} \sin^8(\varphi) - \frac{3003}{32} \sin^6(\varphi) + \frac{3465}{64} \sin^4(\varphi) - \frac{315}{32} \sin^2(\varphi) + \frac{35}{128}\right) \end{aligned} \right]$$

$$C_{2n,0} = -J_{2n,0} = (-1)^n \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{J_{2,0}}{e^2} \right)$$

(Wellenhopf a Moritz, 2005)

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

$$\mathbf{U}_g = \begin{pmatrix} U_{g(\varphi\varphi)} & U_{g(\varphi\lambda)} & U_{g(\varphi r)} \\ U_{g(\lambda\varphi)} & U_{g(\lambda\lambda)} & U_{g(\lambda r)} \\ U_{g(r\varphi)} & U_{g(r\lambda)} & U_{g(rr)} \end{pmatrix}$$

sú nulové

$$U_{g(\varphi\varphi)} = \frac{1}{r^2} + \frac{3GMC_{2,0}a^2 \cos^2 \varphi}{r^3} - \frac{3GMC_{2,0}a^2 \sin^2 \varphi}{r^3} - \frac{GMC_{4,0}a^4 \left(\frac{15 \cos^2 \varphi}{2} - \frac{105 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi}{2} + \frac{35 \sin^4 \varphi}{2} - \frac{15 \sin^2 \varphi}{2} \right)}{r^5} + \frac{GMC_{6,0}a^6 \left(\frac{3465 \cos^2 \varphi \sin^4 \varphi}{8} - \frac{945 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi}{4} + \frac{105 \cos^2 \varphi}{8} - \frac{693 \sin^6 \varphi}{8} + \frac{315 \sin^4 \varphi}{4} - \frac{105 \sin^2 \varphi}{8} \right)}{r^7} - \frac{GMC_{8,0}a^8 \left(\frac{45045 \cos^2 \varphi \sin^4 \varphi}{16} - \frac{45045 \cos^2 \varphi \sin^6 \varphi}{16} - \frac{10395 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi}{16} + \frac{315 \cos^2 \varphi}{16} + \frac{6435 \sin^8 \varphi}{16} - \frac{9009 \sin^6 \varphi}{16} + \frac{3465 \sin^4 \varphi}{16} - \frac{315 \sin^2 \varphi}{16} \right)}{r^9}$$

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

$$U_{g(\varphi r)} = \frac{1}{r} \left[\begin{array}{l} \frac{9GMC_{2,0}a^2 \cos \varphi \sin \varphi}{r^4} - \frac{5GMC_{4,0}a^4 \left(\frac{35 \cos \varphi \sin^3 \varphi}{2} - \frac{15 \cos \varphi \sin \varphi}{2} \right)}{r^6} \\ \frac{7GMC_{6,0}a^6 \left(\frac{693 \cos \varphi \sin^5 \varphi}{8} - \frac{315 \cos \varphi \sin^3 \varphi}{4} + \frac{105 \cos \varphi \sin \varphi}{8} \right)}{r^8} \\ \frac{9GMC_{8,0}a^8 \left(\frac{6435 \cos \varphi \sin^7 \varphi}{16} - \frac{9009 \cos \varphi \sin^5 \varphi}{16} + \frac{3465 \cos \varphi \sin^3 \varphi}{16} - \frac{315 \cos \varphi \sin \varphi}{16} \right)}{r^{10}} \end{array} \right]$$

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

$$U_{g(rr)} = \left[\begin{aligned} & \frac{2GM}{r^3} + \frac{12GMC_{2,0}a^2 \left(\frac{3\sin^2 \varphi}{2} - \frac{1}{2} \right)}{r^5} + \frac{30GMC_{4,0}a^4 \left(\frac{35\sin^4 \varphi}{8} - \frac{15\sin^2 \varphi}{4} + \frac{3}{8} \right)}{r^7} + \\ & + \frac{56GMC_{6,0}a^6 \left(\frac{231\sin^6 \varphi}{16} - \frac{315\sin^4 \varphi}{16} + \frac{105\sin^2 \varphi}{16} - \frac{5}{16} \right)}{r^9} + \\ & + \frac{90GMC_{8,0}a^8 \left(\frac{6435\sin^8 \varphi}{128} - \frac{3003\sin^6 \varphi}{32} + \frac{3465\sin^4 \varphi}{64} - \frac{315\sin^2 \varphi}{32} + \frac{35}{128} \right)}{r^{11}} \end{aligned} \right]$$

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

pre $r=6631233,5710$ m

$\phi[^\circ]$	1. člen [s^{-2}]	2. člen [s^{-2}]	3. člen [s^{-2}]	4. člen [s^{-2}]	5. člen [s^{-2}]
0	-8,215E-09	-3,120E-11	-1,152E-13	-3,516E-16	-3,654E-19
5	-8,027E-09	-2,886E-11	-9,726E-14	-2,594E-16	-2,226E-19
10	-7,471E-09	-2,213E-11	-4,872E-14	-2,997E-17	9,604E-20
15	-6,564E-09	-1,194E-11	1,589E-14	2,189E-16	3,439E-19
20	-5,332E-09	3,162E-13	7,702E-14	3,575E-16	3,256E-19
25	-3,813E-09	1,292E-11	1,157E-13	3,101E-16	4,799E-20
30	-2,054E-09	2,405E-11	1,192E-13	9,469E-17	-2,795E-19
35	-1,070E-10	3,205E-11	8,470E-14	-1,828E-16	-3,997E-19
40	1,968E-09	3,558E-11	2,079E-14	-3,789E-16	-2,051E-19
45	4,107E-09	3,381E-11	-5,473E-14	-3,836E-16	1,709E-19
50	6,247E-09	2,655E-11	-1,193E-13	-1,783E-16	4,415E-19
55	8,322E-09	1,426E-11	-1,517E-13	1,484E-16	3,774E-19
60	1,027E-08	-1,950E-12	-1,379E-13	4,356E-16	-1,045E-20
65	1,203E-08	-2,051E-11	-7,521E-14	5,224E-16	-4,532E-19
70	1,355E-08	-3,952E-11	2,651E-14	3,238E-16	-5,958E-19
75	1,478E-08	-5,698E-11	1,469E-13	-1,237E-16	-2,451E-19
80	1,569E-08	-7,100E-11	2,597E-13	-6,711E-16	4,773E-19
85	1,624E-08	-8,007E-11	3,398E-13	-1,116E-15	1,190E-18
90	1,643E-08	-8,321E-11	3,687E-13	-1,286E-15	1,485E-18

Testovanie vplyvu jednotlivých členov rozvoja na $U_{g(rr)}$

$$\sigma_{V_{rr}} \doteq 6 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-2}$$

$$\sigma_{U_{g(rr)}} \doteq 1.5 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-2}$$

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} - \mathbf{U}_g$$

Aby výraz platil, tenzory na pravej strane musia byť vyjadrené v rovnakom súradnicovom systéme.

\mathbf{U}_g sme si vyjadrili vo sférických súradniciach, ale \mathbf{V} je z merania GOCE známe v Karteziánskych súradniciach. S využitím článkov (*Koop a Stelpstra, 1989*) a (*Casotto a Fantino, 2009*) sme odvodili:

$$V_{\varphi\varphi} = r^2 V_{xx} - r V_z$$

$$V_{\varphi\lambda} = r^2 \cos(\varphi) V_{xy} - r \sin(\varphi) V_y$$

$$V_{\varphi r} = r V_{xz} + V_x$$

$$V_{\lambda\lambda} = r^2 \cos^2(\varphi) V_{yy} + r \sin(\varphi) \cos(\varphi) V_x - r \cos^2(\varphi) V_z$$

$$V_{\lambda r} = r \cos(\varphi) V_{yz} + \cos(\varphi) V_y$$

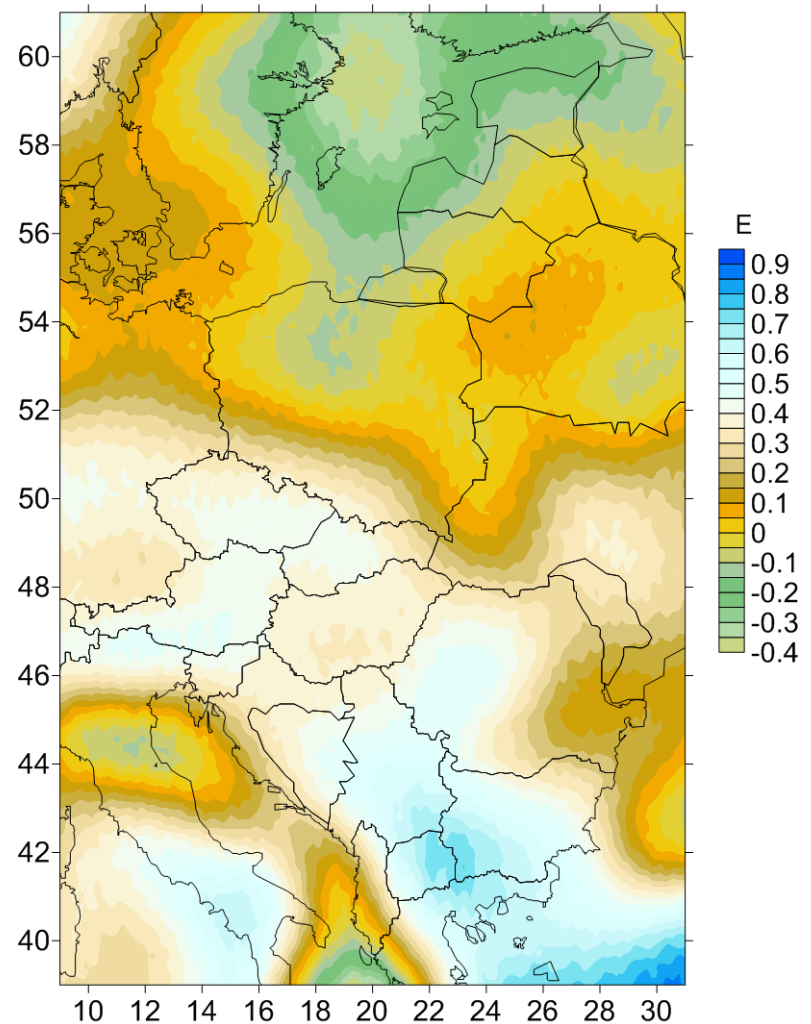
$$V_{rr} = V_{zz}$$

(φ, λ, r) sú sférické geocentrické súradnice a (x, y, z) sú Karteziánske súradnice rámca LNOF

VÝPOČET PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA

Mapa prvku T_{rr} počítaná v bodoch merania družice GOCE

Periódá merania:
od 1. 11. 2009 do 31. 12. 2010

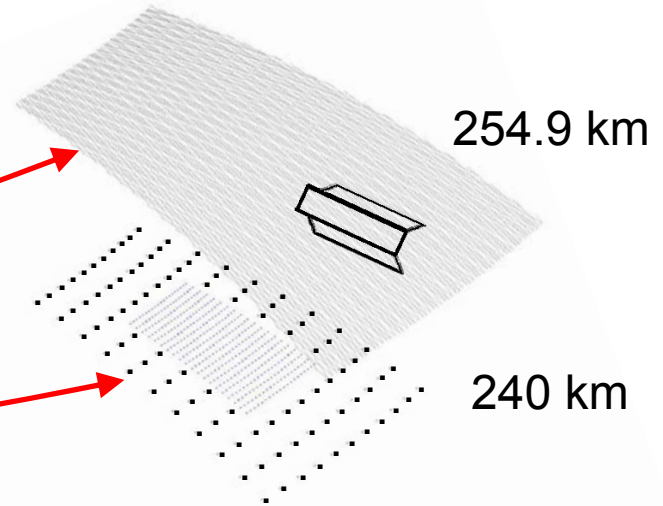


TRANSFORMÁCIA PORUCHOVÉHO TIAŽOVÉHO TENZORA A POKRAČOVANIE NADOL

$$\mathbf{T}(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \iint_{\Omega'} \Delta g(R, \Omega') \mathbf{S}(r, \psi, R) d\Omega'$$

Meraná veličina

Neznáma veličina



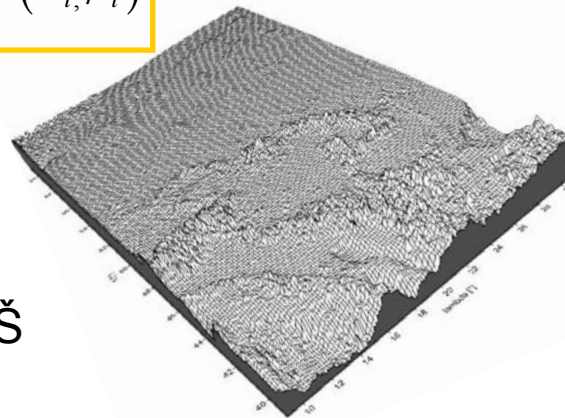
$$\mathbf{T}(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \sum_{i=1}^k \Delta g(\alpha_i, \psi_i) \mathbf{S}(t_i, \alpha_i, \psi_i) \Delta s(\alpha_i, \psi_i)$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

inverzná úloha

$$\hat{\mathbf{x}}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$$

odhad MNŠ



A satellite is shown in orbit above Earth's surface. The satellite is a long, rectangular structure with various instruments and antennas. A bright blue laser beam is being emitted from the rear of the satellite, directed towards the Earth's surface. The Earth's surface is covered in a complex network of white and grey patterns, likely representing ice or snow. The satellite is positioned diagonally across the frame, from the upper left towards the lower right.

ĎAKUJEM ZA POZORNOST

<http://www.esa.int/esaLP/LPgoce.html>